



KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Analiza matematyczna III [S1MNT1>AM3]

Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka nowoczesnych technologii

Rok/Semestr

3/6

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obligatoryjny

Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

0

Liczba punktów ECTS

4,00

Koordynatorzy

prof. dr hab. inż. Paweł Kolwicz

pawel.kolwicz@put.poznan.pl

Wykładowcy

Wymagania wstępne

Wiedza z zakresu analizy matematycznej z poprzednich semestrów. Umiejętność sprawnego wyznaczania całek, obliczania pochodnych, analizy funkcji zmiennej rzeczywistej. Ma świadomość potrzeby poszerzania swoich kompetencji, gotowość do podjęcia współpracy.

Cel przedmiotu

Poznanie pojęcia wahanía funkcji oraz całki Riemanna-Stieltjesa, poznanie i posługiwanie się miarą Lebesguea, miarą w σ -algebrze zbiorów, umiejętność działań na funkcjach mierzalnych, poznanie ogólnego pojęcia całki oraz wykorzystanie go do całki Lebesgue'a, poznanie związków między całką Riemanna a całką Lebesgue'a, umiejętność analizy różnych rodzajów zbieżności ciągów funkcyjnych.

Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

- ma wiedzę dotyczącą pojęcia wahanía funkcji oraz całki Riemanna-Stieltjesa, pojęcia miary Lebesgue'a, pojęcia algebry i σ -algebry zbiorów, pojęcia miary w σ -algebrze zbiorów, definicji funkcji mierzalnej oraz całki względem miary [K_W01(P6S_WG)];
- rozumie różnice między różnymi rodzajami zbieżności ciągów funkcyjnych (zbieżność punktowa, prawie

wszędzie, jednostajna) [K_W01(P6S_WG)];

- ma świadomość związków teorii miary i całki z teorią funkcyjnych przestrzeni Banacha [K_W01(P6S_WG)].

Umiejętności:

- potrafi wyznaczyć wahanie funkcji oraz całkę Riemanna-Stieltiesa [K_U01(P6S_UW)];
- potrafi wyznaczać miarę Lebesgue'a zbiorów, wyznaczać miary zbiorów w σ -algebrze, wyznaczać całkę względem miary, całki Lebesguea (proste przykłady) [K_U01(P6S_UW)];
- potrafi weryfikować różne rodzaje zbieżności ciągów funkcyjnych [K_U01(P6S_UW)].

Kompetencje społeczne:

- potrafi myśleć i działać w sposób matematycznie poprawny w obszarze teorii miary i całki [K_K01(P6S_KK)];
- zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, rozumie konieczność systematycznej pracy [K_K02(P6S_KK)].

Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykłady: Próg zaliczeniowy: co najmniej 50% punktów; zagadnienia na egzamin, na podstawie których opracowywane są pytania zostaną przesłane studentom drogą mailową z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych

- ocena wiedzy i umiejętności na egzaminie pisemnym sprawdzającym znajomość pojęć oraz umiejętność dowodzenia twierdzeń i ilustrowania teorii przykładami (możliwe także krótkie zadania praktyczne);
- uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, w tym za przedstawienie referatów (omawiających dodatkowe aspekty zagadnień, w szczególności zastosowanie omawianej teorii w innych naukach lub nawiązanie do umiejscowienia w historii matematyki) oraz za uwagi dotyczące udoskonalenia materiałów dydaktycznych.

Ćwiczenia:

wiedza nabyta w ramach ćwiczeń jest weryfikowana przez dwa kolokwia realizowane w ok. 7 i 15 tygodniu (alternatywnie 1 test na koniec semestru); próg zaliczeniowy: co najmniej 50% punktów; zasady zaliczania przedmiotu i dokładne progi zaliczeniowe zostaną przekazane studentom na początku semestru z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych.

- ocenianie ciągle - premiowanie aktywności (dodatkowe punkty) przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych;
- ocenianie ciągle - premiowanie przyrostu umiejętności posługiwania się poznanymi technikami;
- uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, w tym za przedstawienie referatów (omawiających dodatkowe aspekty zagadnień, w szczególności zastosowanie omawianej teorii w innych naukach lub nawiązanie do umiejscowienia w historii matematyki) oraz za uwagi dotyczące udoskonalenia materiałów dydaktycznych;
- aktywny udział w konsultacjach pogłębiający wiedzę oraz ukierunkowujący dalszą pracę.

Treści programowe

Aktualizacja: 01.06.2024r.

Wykłady:

zagadnienia teoretyczne (definicje, lematy, twierdzenia, wnioski, algorytmy, własności) oraz odpowiednie przykłady dla zagadnień:

- funkcje o skończonej wariacji i całka Riemanna-Stieltiesa
- miara Lebesguea
- przestrzeń miary
- funkcje mierzalne
- całka względem miary

związek omawianych twierdzeń ze współcześnie rozwijaną teorią funkcyjnych przestrzeni Banacha, miara i całka w produkcie kartezjańskim i Twierdzenie Fubiniego).

Ćwiczenia:

ćwiczenia: rozwiązywanie zagadnień praktycznych ilustrujących omawiane pojęcia oraz przykładowych problemów z wykorzystaniem aparatu teoretycznego z wykładu np.: wahanie oraz całki Riemanna-Stieltiesa, sprawdzanie mierzalności zbiorów, wyznaczanie miar, analizowanie klasycznych przykładów

miar,
sprawdzanie zbieżności ciągów funkcyjnych, wyznaczanie całki względem miary, wykorzystywanie poznanych twierdzeń w kontekście rozważanych przykładów.

Tematyka zajęć

Wykład

I. Funkcje o skończonej wariacji i całka Riemanna Stieltjesa

funkcje o skończonej wariacji (związki między skończonym wahaniami a ważnymi własnościami - ograniczoność, ciągłość, warunek Lipschitza)

całka Riemanna Stieltjesa (własności oraz ważniejsze twierdzenia, zastosowania do całek krzywoliniowych i w probabilistyce);

II. Miara Lebesgue'a

miara zbioru otwartego, miara zewnętrzna Lebesgue'a, zbiór mierzalny w sensie Lebesgue'a, własności, przykłady

III. Przestrzeń miary

algebra oraz σ -algebra zbiorów, przestrzeń mierzalna, miara, miara Borelowska, miara zupełna, ciągłość miary

IV. Funkcje mierzalne

warunki równoważne mierzalności funkcji, funkcja charakterystyczna oraz funkcja prosta, przestrzeń miary probabilistycznej, zbieżność punktowa, prawie wszędzie, według miary oraz zbieżność jednostajna, związki między rodzajami zbieżności, Twierdzenie Jegorowa, Łuzina, Frecheta

V. Całka względem miary

całka funkcji prostej, funkcja całkowalna względem miary, związek pomiędzy całkowalnością w sensie Riemanna a całkowalnością w sensie Lebesgue'a, Twierdzenie Lebesgue'a o zmajoryzowanej zbieżności, Lemat Fatou, związek tych twierdzeń ze współcześnie rozwijaną teorią funkcyjnych przestrzeni Banacha, miara i całka w produkcie kartezjańskim i Twierdzenie Fubiniego

Ćwiczenia

Rozwiązywanie zadań praktycznych z wykorzystaniem materiału przedstawionego na wykładzie

Metody dydaktyczne

Wykłady:

- wykład prowadzony na tablicy w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów;
- uwzględnia się aktywność studentów (przygotowanie referatów historycznych na temat matematyków związanych z przedstawianym materiałem, referaty na temat związków omawianego przedmiotu z teorią funkcyjnych przestrzeni Banacha, przedstawianie dowodów pozostawionych do samodzielnego zrobienia) w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej;
- w trakcie wykładu inicjowanie dyskusji;
- teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów z poprzednich wykładów.

Ćwiczenia:

- rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy;
- szczegółowe recenzowanie rozwiązań zadań przez prowadzącego ćwiczenia i dyskusje nad komentarzami.

Literatura

Podstawowa:

- H. J. Musielak, Analiza matematyczna, tom II, część 1, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1999;
- J. Musielak i M. Jaroszevska, Analiza matematyczna, tom II, część 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002;
- J. Musielak i M. Jaroszevska, Analiza matematyczna, tom II, część 3, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002.

Uzupełniająca:

- S. Hartman i J. Mikusiński, Teoria miary i całki Lebesguea, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1957;
- W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2000;
- W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.

Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	100	4,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	62	2,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	38	1,50